

потенциалом $\mu=0$. Последнее означает, что Φ являются бозонами. Равенство $\mu=0$ — следствие того, что число Φ не сохраняется, а в равновесии зависит от темп-ры.

Среди $3r$ типов Φ есть 3 типа акустич. Φ , энергия к-рых при $p \rightarrow 0$ линейно зависит от p :

$$\mathcal{E}(p) = c(\kappa)p; \kappa = p/p. \quad (7)$$

Здесь c — скорость звука, зависящая от направления. Если $r > 1$, то $3r - 3$ типов Φ соответствуют оптич. колебаниям кристалла. Макс. энергия Φ порядка $k\Theta_D$, где Θ_D — Дебая температура.

Газ фононов. Колебат. часть энергии кристалла (отсчитанная от энергии нулевых колебаний) в гармонич. приближении равна сумме энергий Φ :

$$\mathcal{E}_{\text{хол}} = \sum_{i=1}^{3r} n_i \mathcal{E}_i(p) \quad (9)$$

(суммирование по p сводится к интегрированию по ячейке импульсного пространства, см. ниже). Соотношение (8) означает, что колебат. состояние кристалла в гармонич. приближении может быть представлено в виде идеального газа Φ .

Согласно ф-ле (6), при $T=0$ К Φ в кристалле отсутствуют. При $T \ll \Theta_D$ их число N_Φ пропорц. T^3 , а при $T \gg \Theta_D$ линейно растёт с темп-рой:

$$N_\Phi \sim \begin{cases} N(T/\Theta_D)^3, & T \ll \Theta_D \\ N(T/\Theta_D), & T \gg \Theta_D. \end{cases} \quad (10)$$

Здесь N — число ячеек кристалла. Из соотношений (10) видно, что даже при сверхнизких темп-рах ($T \sim 1$ К) число Φ в 1 см^3 огромно (при $\Theta_D \approx 100$ К $N_\Phi \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$; при $\Theta_D \sim 1$ К $N_\Phi \sim 10^{23} \text{ см}^{-3}$). При $T \gg \Theta_D$ число Φ превышает число ячеек кристалла N . При $T \ll \Theta_D$ практически все Φ являются акустическими, число оптич. Φ экспоненциально мало. Неидеальность газа Φ тем меньше, чем ниже темп-ра.

При $T \geq 300$ К в газе Φ содержится большая часть тепловой энергии кристалла. Гармонич. представление достаточно для объяснения Дюлонга и Пти закона, к-рый является следствием линейного роста числа Φ с повышением темп-ры. В твёрдых телах, где Φ — единств. квазичастицы, существующие при $T \ll \Theta_D$, резкое уменьшение их числа с падением темп-ры приводит к падению теплоёмкости.

Взаимодействия фононов. Ангармонизм колебаний означает существование взаимодействия между Φ , в процессе к-рого Φ могут возникать, аннигилировать и рассеиваться друг на друге с изменением частоты и поляризации. При этом суммарные энергия и квазимпульс сохраняются (последний с точностью до вектора обратной решётки).

Взаимодействие между Φ позволяет объяснить тепловое расширение твёрдых тел, различие в величинах и в температурном изменении уд. теплоёмкостей при пост. давлении (c_p) и пост. объёме (c_v), зависимость упругих постоянных (см. Модули упругости) от темп-ры и давления.

Взаимодействие Φ — осн. механизм, посредством к-рого распределение Φ может быть приведено в состояние термодинамич. равновесия. Взаимодействие Φ играет важную роль в определении времени жизни Φ . т. о. существованию зависит от темп-ры, резко уменьшаясь с повышением T , что приводит к возрастанию неидеальности газа Φ .

Φ взаимодействуют не только друг с другом, но и с др. квазичастицами: с электронами проводимости в металлах и полупроводниках, с магнонами в магнитно-упорядоченных средах (см. Спиновые волны). Испускание и поглощение Φ электронами — осн. механизм электрич. сопротивления металлов и полупроводников (см. Рассеяние носителей заряда, Электрон-фононное взаимодействие). Обмен электронами Φ приводит к притяжению электронов друг к другу и, в свою очередь, к образованию куперовских пар (см. Купера эффект) — осн. носителей незатухающего сверхпроводящего тока (см. Сверхпроводимость).

Взаимодействие магнонов с Φ (их рассеяние и взаимопревращение) — одна из причин релаксации магнитной.

Оно определяет ширины магн. резонансов (см. Антиферромагнитный резонанс, Ферромагнитный резонанс); резонансное взаимодействие между фононом и магноном — причина т. н. ферроакустического резонанса.

В релаксац. процессах в твёрдых телах Φ обычно служат «стоком» для энергии и квазимпульса, запасённых ансамблями др. квазичастиц (в частности, электронами). Φ играют роль внутр. термостата. Как правило, именно с помощью Φ осуществляется связь всех квазичастиц твёрдого тела с окружающей средой. Сравнительно слабая связь Φ с др. квазичастицами (с электронами, магнонами) может привести к отрыву темп-ры последних (напр., электронной темп-ры) от темп-ры кристаллич. решётки, т. е. газа Φ . (см., напр., Горьчие электроны).

Φ упруго рассеиваются на дефектах кристаллич. решётки (вакансиях, междоузлиях, дислокациях, границах кристаллов, границах образца).

Плотность состояний фононов. Для описания термодинамич. свойств вещества в гармонич. приближении достаточно знать число состояний Φ в интервале энергий \mathcal{E} , $\mathcal{E} + d\mathcal{E}$, т. е. плотность состояний:

$$v(\mathcal{E}) = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \sum_{i=1}^{3r} \oint \frac{dS_i}{v_i(p)} \quad (11)$$

Здесь V — объём кристалла, $v = d\mathcal{E}/dp$ — скорость Φ ; интегрирование ведётся по изоэнергетич. поверхности $\mathcal{E}(p) = \text{const}$, dS — элемент этой поверхности. Благодаря обращению в нек-рых точках импульсного пространства скорости v в ноль плотность состояний имеет особенности при нек-рых изолированных (критич.) значениях энергии \mathcal{E} , в к-рых ф-ция $v(\mathcal{E})$ непрерывна, а её производные испытывают скачок (см. Ван Хова особенности).

Непосредств. расчёт фононного спектра — сложная задача, требующая подробного знания сил, действующих между атомами (см. Межатомное взаимодействие). Определение $v(\mathcal{E})$ вносит дополнит. трудности. Поэтому обычно плотность состояний моделируют простыми ф-циями, соответствующими простейшим моделям колебаний кристаллич. решётки — Дебая (см. Дебая теория) и Эйнштейна.

Экспериментальные методы определения закона дисперсии Φ . $\mathcal{E}(p)$ основаны на взаимодействии Φ с нейтральными частицами (фотонами и нейтронами). Поглощение ИК-фотонов кристаллами, как правило, означает резонансное превращение фотона в оптич. Φ . Т. к. импульс фотона очень мал, то по поглощению ИК-фотонов можно определить энергию оптич. Φ с импульсом, близким к нулю. Неупругое рассеяние световых фотонов (см. Мандельштама — Бриллюэна рассеяние), как и неупругое рассеяние нейтронов в кристаллах, связано с рождением и поглощением Φ .

Определению законов дисперсии акустич. Φ способствует явление фокусировки фононов (см. также Баллистические фононы).

Заключение. Концепция Φ (как и др. квазичастиц) помогает описать мн. свойства твёрдых тел, используя представление кинетич. теории газов. Так, решёточная теплопроводность кристаллов для неметаллов — это теплопроводность газа Φ , длина свободного пробега к-рых ограничена фонон-фононным взаимодействием, а также дефектами кристаллич. решётки при низких темп-рах (границами образца). Положение звука в кристаллич. диэлектриках — результат взаимодействия звуковой волны с тепловыми Φ . В аморфных (в т. ч. стеклообразных) телах Φ удаётся ввести только для длинноволновых акустич. колебаний, мало чувствительных к взаимному расположению атомов и допускающих континуальное описание твёрдого тела (см. Упругости теория).

Φ наз. также квазичастицы, соответствующие элементарным возбуждениям в сверхтекучем гелии, описывающие колебат. движение квантовой жидкости (см. Сверхтекучесть). Φ в He характеризуются импульсом (а не квазимпульсом), т. к. они описывают возбуждённое состояние однородной изотропной среды (см. также Ротон).